1. Найти порядок элемента группы:

   а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 3 & 7 & 1 & 2 & 5 & 6 & 10 & 9 & 8 \end{pmatrix} \in S_{10}$;

   б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 7 & 5 & 4 & 1 & 6 & 2 & 3 & 9 & 8 & 11 & 12 & 10 \end{pmatrix} \in S_{12}$;
2. Доказать, что в группе кватернионов Q_8 все подгруппы, кроме самой Q_8, являются циклическими.
3. Доказать, что порядок подгруппы всегда делит порядок группы.
4. Доказать, что $\mathbb{R}^+ \cong \mathbb{R}$ и $\mathbb{Q}^+ \ncong \mathbb{Q}$. (Здесь $\mathbb{R}^+ = \{a \in \mathbb{R} \mid a > 0\}$).
5. Пусть конечная группа содержит ровно n элементов порядка p, где p – простое число. Докажите, что или n=0, или p делит n+1.
6. Найдите в S_{n+2} при $n \geqslant 2$ подгруппу, изоморфную S_n и не имеющую неподвижных точек (то есть таких i, что g(i)=I для всех g из этой подгруппы).
7. Пусть на множестве G задано две бинарные операции $*$ и $\circ$, которые наделяют G структурой группы, причем имеет место «совместная ассоциативность»: $a * (b \circ c) = (a * b) \circ c$ и $a \circ (b * c) = (a \circ b) * c$ для любых $a, b, c \in G$. Докажите, что группы $(G, *)$ и $(G, \circ)$ изоморфны.
8. Студент решил возвести все матрицы 17x17 над полем из семнадцати элементов в сотую степень, сложить результаты и посмотреть, что получится, но у него сломался компьютер. Помогите ему.
9. (*****) Имеется группа G и два взаимно простых числа m и n, такие, что $x^n y^n = y^n x^n$ и $x^m y^m = y^m x^m$ для любых $x, y \in G$. Докажите, что группа G – абелева (коммутативна).

   Подсказка: нужно знать что-то про центр группы и факторгруппы.