1. Найдите все тройки (m,p,q), такие что p и q — простые, m — натуральное число, и они удовлетворяют $2^m p^2 + 1 = q^7$.
2. Пусть R — кольцо, где $\forall a \in R : a^2 = 0$. Докажите, что $abc + abc = 0$ для всех $a, b, c \in R$.
3. Пусть $x_i \geq -1$ и $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^3 = 0$. Докажите, что $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \leq n^3$.
4. Найдите все пары (p,q) простых чисел, таких что $p(p^2-p-1) = q(2q+3)$.
5. Пусть p — нечётное простое число. a_k — число делителей $kp+1$ между k и p, включительно, для всех положительных k, $1 \leq k \leq p-1$. Найдите значение $a_1 + a_2 + \ldots + a_{p-1}$.
6. Пусть a_n — последовательность положительных чисел, такая что $a_1 = 1$ и для любого простого числа p набор $\{a_1, a_2, \ldots, a_p\}$ предствляет полную систему остатков по модулю p. Докажите, что $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{n} = 1$.
7. Пусть a, b, c — неотрицательные целые числа, такие что $abc = 1$. Докажите, что $ab + bc + ca \leq ab^2 + bc^2 + ca^2$.
8. Найдите все пары положительных чисел (a,b), таких что множество положительных чисел можно разбить на два набора A и B, что $a \cdot A = b \cdot B$.
9. Пусть $a_1, \ldots, a_51$ — ненулевые элементы поля. Пусть набор $b_1, \ldots, b_51$ получем следующим образом: $b_i = a_1 + \ldots + a_51 - b_i$. Известно, что полученная последовательность является перестановкой начальной. Какой может быть характеристика поля? (Характеристикой поля называется минимальное простое число p, такое что если просуммировать любой элемент поля x p раз получится 0).

---

1. Найдите все тройки (m,p,q), такие что p и q — простые, m — натуральное число, и они удовлетворяют $2^m p^2 + 1 = q^7$.
2. Пусть R — кольцо, где $\forall a \in R : a^2 = 0$. Докажите, что $abc + abc = 0$ для всех $a, b, c \in R$.
3. Пусть $x_i \geq -1$ и $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^3 = 0$. Докажите, что $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \leq n^3$.
4. Найдите все пары (p,q) простых чисел, таких что $p(p^2-p-1) = q(2q+3)$.
5. Пусть p — нечётное простое число. a_k — число делителей $kp+1$ между k и p, включительно, для всех положительных k, $1 \leq k \leq p-1$. Найдите значение $a_1 + a_2 + \ldots + a_{p-1}$.
6. Пусть a_n — последовательность положительных чисел, такая что $a_1 = 1$ и для любого простого числа p набор $\{a_1, a_2, \ldots, a_p\}$ предствляет полную систему остатков по модулю p. Докажите, что $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{n} = 1$.
7. Пусть a, b, c — неотрицательные целые числа, такие что $abc = 1$. Докажите, что $ab + bc + ca \leq ab^2 + bc^2 + ca^2$.
8. Найдите все пары положительных чисел (a,b), таких что множество положительных чисел можно разбить на два набора A и B, что $a \cdot A = b \cdot B$.
9. Пусть $a_1, \ldots, a_51$ — ненулевые элементы поля. Пусть набор $b_1, \ldots, b_51$ получем следующим образом: $b_i = a_1 + \ldots + a_51 - b_i$. Известно, что полученная последовательность является перестановкой начальной. Какой может быть характеристика поля? (Характеристикой поля называется минимальное простое число p, такое что если просуммировать любой элемент поля x p раз получится 0).

---

1. Найдите все тройки (m,p,q), такие что p и q — простые, m — натуральное число, и они удовлетворяют $2^m p^2 + 1 = q^7$.
2. Пусть R — кольцо, где $\forall a \in R : a^2 = 0$. Докажите, что $abc + abc = 0$ для всех $a, b, c \in R$.
3. Пусть $x_i \geq -1$ и $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^3 = 0$. Докажите, что $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \leq n^3$.
4. Найдите все пары (p,q) простых чисел, таких что $p(p^2-p-1) = q(2q+3)$.
5. Пусть p — нечётное простое число. a_k — число делителей $kp+1$ между k и p, включительно, для всех положительных k, $1 \leq k \leq p-1$. Найдите значение $a_1 + a_2 + \ldots + a_{p-1}$.
6. Пусть a_n — последовательность положительных чисел, такая что $a_1 = 1$ и для любого простого числа p набор $\{a_1, a_2, \ldots, a_p\}$ предствляет полную систему остатков по модулю p. Докажите, что $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{n} = 1$.
7. Пусть a, b, c — неотрицательные целые числа, такие что $abc = 1$. Докажите, что $ab + bc + ca \leq ab^2 + bc^2 + ca^2$.
8. Найдите все пары положительных чисел (a,b), таких что множество положительных чисел можно разбить на два набора A и B, что $a \cdot A = b \cdot B$.
9. Пусть $a_1, \ldots, a_51$ — ненулевые элементы поля. Пусть набор $b_1, \ldots, b_51$ получем следующим образом: $b_i = a_1 + \ldots + a_51 - b_i$. Известно, что полученная последовательность является перестановкой начальной. Какой может быть характеристика поля? (Характеристикой поля называется минимальное простое число p, такое что если просуммировать любой элемент поля x p раз получится 0.